

UN PROBLEME DE PLANIFICATION STRATEGIQUE DE TYPE PRODUCTION – DISTRIBUTION AVEC ECONOMIES D'ECHELLE ET TECHNOLOGIES DE PRODUCTION

Nathalie GRANGEON¹, Sylvie NORRE¹

Olivier GOURGUECHON², Médéric SUON^{1,2}

¹LIMOS CNRS UMR 6158
Antenne IUT de Montluçon
Avenue Aristide Briand
03100 Montluçon - France

²PSA Peugeot Citroën
57 avenue du Général Leclerc
25600 Sochaux – France

{grangeon,norre}@moniut.univ-bpclermont.fr

{mederic.suon, olivier.gourguechon}@mps.com

RESUME : Cet article s'intéresse à un problème de planification stratégique dans une chaîne logistique constituée de zones de production, de zones de commercialisation et de routes de distribution. Il s'agit de déterminer les quantités à produire et les quantités à distribuer, de manière à satisfaire la demande tout en minimisant le coût global. Ce coût global est composé des coûts d'approvisionnement, des coûts de fabrication (frais fixes et frais variables), des coûts de transport et des coûts de douane. En raison de la prise en compte d'économies d'échelle et des coûts liés à la différenciation des technologies de production, le coût global est modélisé par une fonction non convexe. Les méthodes proposées sont des métaheuristiques à base de recuit simulé. Une borne inférieure est également proposée. Les méthodes proposées sont mises en œuvre sur des instances générées et sur une instance industrielle.

MOTS-CLES : planification, stratégique, économie d'échelle, métaheuristique.

1 INTRODUCTION

Nous nous intéressons à un problème de planification stratégique dans une chaîne logistique qui consiste à déterminer, sur un horizon donné, la circulation de marchandises dans un réseau logistique, des fournisseurs initiaux aux clients finaux. L'objectif est de coordonner les différentes activités comme l'approvisionnement, la production, la distribution, ... (Bhatnagar et al. 1993) pour minimiser le coût total d'exploitation ou maximiser le bénéfice tiré de la vente de produits aux clients. Cette planification est contrainte par les décisions stratégiques prises sur l'horizon comme, par exemple, l'ouverture d'un nouveau site ou l'augmentation de la capacité de production d'un site existant.

Dans cet article, nous nous intéressons à un réseau de transport constitué de zones de production, de zones de commercialisation, de routes de distribution (liens entre les zones de production et les zones de commercialisation) et une seule période. Nous considérons plusieurs types de produits, qui nécessitent plusieurs technologies de production. Une zone de production met à disposition des technologies de production en quantité limitée. Le problème consiste à déterminer les quantités de produits de chaque type à transporter sur chacune des routes de distribution et les quantités de produits de chaque type à produire sur chaque zone de production. Le stockage n'est pas autorisé : tout ce qui est produit doit être transporté. Nous verrons par la suite qu'un lien existe entre ces deux quantités, lien que nous exploiterons pour la proposition de méthodes d'optimisation différentes. Notre objectif intègre les coûts d'approvisionnement, les coûts de production (frais fixe et frais variable) et les coûts de distribution (coût de transport et douane). Les

économies d'échelle en production sont prises en compte. Dans la suite, nous qualifierons notre problème de problème de production – distribution par opposition au problème d'approvisionnement – production – distribution qui considère également l'approvisionnement en composants. Ce problème est issu de l'industrie automobile.

Dans une première partie, nous donnons la formalisation mathématique du problème. Dans une seconde partie, nous donnons un bref état de l'art. Dans les deux parties suivantes, nous proposons respectivement une borne inférieure du critère et différentes métaheuristiques à base de recuit simulé permettant de résoudre ce problème. La dernière partie est consacrée à une comparaison des résultats obtenus par application de ces différentes méthodes.

2 LE MODELE MATHEMATIQUE

Nous allons successivement présenter les données, les variables, les contraintes et la fonction objectif.

2.1 Les données

Soit N le nombre de types de produits.

Les données relatives à l'approvisionnement sont les suivantes :

$ct_{ap_{i,u}}$ coût d'approvisionnement minimum pour un produit du type de produits i ($i=1,N$) sur la zone de production u ($u=1,ZP$)

Les données relatives à la production sont les suivantes :

ZP nombre de zones de production,

TP nombre de technologies de production,

$e_{i,t}$ $e_{i,t}=1$ si le type de produits i ($i=1,N$) nécessite la technologie de production t ($t=1,TP$), $e_{i,t}=0$ sinon

$ff_{t,u}$ frais fixes de la technologie de production t ($t=1, TP$) sur la zone de production u ($u=1, ZP$),
 $fv_{t,u}$ frais variables de la technologie de production t ($t=1, TP$) sur la zone de production u ($u=1, ZP$) imputés sur chaque produit utilisant cette technologie,
 $cap_min_{t,u}$ nombre minimum de produits de références pouvant être produits par la technologie t ($t=1, TP$) de la zone de production u ($u=1, ZP$),
 $cap_max_{t,u}$ nombre maximum de produits de référence pouvant être produits par la technologie t ($t=1, TP$) de la zone de production u ($u=1, ZP$),
 $xc_{i,t}$ ratio entre le nombre de produits du type i ($i=1, N$) pouvant être fabriqués avec la technologie de production t ($t=1, TP$) et le nombre de produits de référence pouvant être fabriqués sur cette même technologie
 $xcs_{i,u}$ ratio entre le prix de cession d'un produit du type i ($i=1, N$) sur la zone de production u ($u=1, ZP$) et le prix de cession d'un produit de référence sur cette même zone de production

Les données relatives à la distribution sont les suivantes :

ZC nombre de zones de commercialisation,
 RD nombre de routes de distribution.
 $c_{k,u}$ $c_{k,u}=1$ si la route de distribution k ($k=1, RD$) a pour origine la zone de production u ($u=1, ZP$), $c_{k,u}=0$ sinon
 $d_{k,v}$ $d_{k,v}=1$ si la route de distribution k ($k=1, RD$) a pour destination la zone de commercialisation v ($v=1, ZC$), $d_{k,v}=0$ sinon
 $pv_{i,v}$ nombre de produits du type i ($i=1, N$) demandés par la zone de commercialisation v ($v=1, ZC$)
 $pdf_{i,k}$ frais de distribution (indépendant du prix de cession) d'un produit du type i ($i=1, N$) sur la route de distribution k ($k=1, RD$)
 $xfd_{i,k}$ ratio entre les frais de distribution (dépendant du prix de cession) d'un produit du type i ($i=1, N$) sur la route de distribution k ($k=1, RD$) et les frais de distribution d'un produit de référence sur cette même route de distribution.

2.2 Les variables

Il s'agit de déterminer $Y_{i,k}$ ($i=1, N$; $k=1, RD$) le nombre de produit de type i transportés sur chaque route de distribution k .

2.3 Les contraintes

Plusieurs contraintes doivent être satisfaites :

1. les contraintes relatives au respect de la demande de chaque zone de commercialisation pour chaque type de produit :

$$\sum_{k=1}^{RD} d_{k,v} \cdot Y_{i,k} = pv_{i,v}, \forall i = 1, N, \forall v = 1, ZC \quad (1)$$

2. les contraintes relatives au respect des contraintes de capacité de production minimale et maximale de chaque technologie de production sur chaque zone de production :

$$\sum_{k=1}^{RD} c_{k,u} \cdot \left(\sum_{i=1}^N Y_{i,k} \cdot xc_{i,t} \right) \geq cap_min_{t,u}, \quad (2)$$

$$\forall t = 1, TP, \forall u = 1, ZP$$

$$\sum_{k=1}^{RD} c_{k,u} \cdot \left(\sum_{i=1}^N Y_{i,k} \cdot xc_{i,t} \right) \leq cap_max_{t,u}, \quad (3)$$

$$\forall t = 1, TP, \forall u = 1, ZP$$

3. les contraintes relatives à la non-négativité des variables :

$$Y_{i,k} \geq 0, \forall i = 1, N, \forall k = 1, RD \quad (4)$$

2.4 La fonction objectif

L'objectif est de minimiser les coûts c'est-à-dire :

Minimiser $f(Y) =$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{RD} Y_{i,k} \cdot \left(pdf_{i,k} + xfd_{i,k} \cdot \left(\sum_{u=1}^{ZP} c_{k,u} \cdot pc_{i,u} \right) \right)$$

Avec le prix de cession $pc_{i,u}$ tel que :

$$pc_{i,u} = xcs_{i,u} \cdot \left(\sum_{t=1}^{TP} e_{i,t} \cdot \frac{ff_{t,u}}{\sum_{i'=1}^N e_{i',t} \cdot \left(\sum_{k'=1}^{RD} c_{k',u} \cdot Y_{i',k'} \right) + \delta_0 \left(\sum_{i'=1}^N e_{i',t} \cdot \left(\sum_{k'=1}^{RD} c_{k',u} \cdot Y_{i',k'} \right) \right)} \right) + \sum_{t=1}^{TP} (xc_{i,t} \cdot fv_{t,u})$$

Cette fonction objectif est non linéaire et non convexe. La non linéarité vient de la prise en compte des économies d'échelles et des coûts d'approvisionnement dans le calcul du coût de production.

3 ETAT DE L'ART

La littérature sur les problèmes de planification stratégique dans une chaîne logistique est très dense. Nous avons recensé sept articles qui s'apparentent à notre problème, c'est-à-dire s'intéressant à une seule période de planification, des zones de production et des zones de commercialisation. Tous les papiers recensés prennent en compte des contraintes de satisfaction de la demande et des contraintes de capacité de production maximale. D'autres contraintes sont bien évidemment prises en compte, mais nous nous focaliserons sur les contraintes proches de celles de notre problème.

Parmi les sept articles, deux articles s'intéressent à un problème de production – distribution. Dans (Fleis-

chmann, 1993), les coûts de transport sont pris en compte de manière détaillée et sont non linéaires en raison d'une grille tarifaire de transport routier. Le problème est résolu par la programmation linéaire successive (SLP) qui itère entre l'évaluation non linéaire des coûts et la résolution de problèmes de transport linéaire mono produit. Des instances comprenant jusqu'à 5 zones de production et 38 zones de commercialisation sont traitées. Dans (Martel and Vankatadri, 1999), des contraintes de capacité de production minimale sont également prises en compte ainsi que des coûts de production non linéaires, dus aux économies d'échelle. La possibilité d'ouvrir de nouveaux sites de production est examinée. Le problème est également résolu par la programmation linéaire successive. La taille des instances n'est pas indiquée.

Les autres articles s'intéressent également à la partie approvisionnement en composants de la chaîne logistique. Des contraintes de capacité d'approvisionnement maximum sont à respecter. (Arntzen et al.) se situent dans un environnement international et prennent en compte le duty drawback (remboursement des frais de douane sous condition) dans leur fonction objectif. Une méthode de procédure par séparation évaluation a été proposée pour résoudre un cas industriel dans le secteur de la microélectronique avec jusqu'à 10 zones d'approvisionnement, 33 zones de production et 6 zones de commercialisation. (Cohen and Moon, 1991) s'intéressent à des coûts de production qui suivent une fonction concave ayant pour objectif de représenter les économies d'échelle. Le problème est modélisé sous la forme d'un modèle mathématique concave mixte. Une décomposition de Benders est utilisée pour le cas d'une fonction de coût linéaire par partie. Le nombre de zones de chaque type traitées est inférieur à 5. (Hsu and Li, 2009) s'intéressent également aux économies d'échelle, mais avec seulement un type de produit et proposent d'utiliser un recuit simulé homogène. Une heuristique en $O(M^2)$, où M est le nombre de zones de production, est utilisée pour construire une solution initiale. Cette heuristique est utilisée par le système de voisinage pour construire une solution à partir de capacités de production allouées aux zones de production. L'algorithme est appliqué à un cas d'étude détaillé issu de l'industrie des semi-conducteurs, composé de 4 zones d'approvisionnement, 5 zones de production et 6 zones de commercialisation. Dans (Vidal and Goetschalckx, 2001), l'objectif est de déterminer les prix de cession et l'allocation des coûts de transport tout en maximisant le bénéfice après impôts. Une formulation est donnée sous la forme d'un problème d'optimisation convexe avec une fonction objectif linéaire, des contraintes linéaires et des contraintes bilinéaires. La méthode proposée est la programmation linéaire successive basée sur la relaxation et la reformulation du problème original. Une expérimentation est faite sur l'impact de la solution initiale sur la solution finale. (Perron et al. 2009) s'intéressent au même problème et proposent une reformulation réduisant le nombre de contraintes bilinéaires. Trois autres méthodes sont proposées : un VNS dédié aux modèles

bilinéaires, un VNS dédié au problème considéré et une procédure par branchement et coupe. Les résultats, donnés pour des instances comprenant au plus 62 zones d'approvisionnement, 8 zones de production et 90 zones de commercialisation améliorent les résultats de (Vidal and Goetschalckx, 2001).

L'originalité de notre problème réside dans la prise en compte de technologies de production au niveau des zones de production et dans le souhait de ne pas simplifier la fonction objectif. De plus, notre problème est issu de l'industrie automobile et les instances traitées sont de grande taille. Pour toutes ces raisons, nous proposons d'utiliser des métaheuristiques à base de recuit simulé qui ne font aucune hypothèse sur la fonction objectif et les contraintes et fournissent, en général, de bons résultats sur des instances de grande taille.

4 CALCUL D'UNE BORNE INFÉRIEURE

Le principe de la borne inférieure proposée repose sur le calcul d'un prix de cession minimum par zone de production pour chaque type de produits, ceci dans le but de rendre la fonction objectif présentée précédemment linéaire. A cette fin, nous allons donc chercher à déterminer le nombre maximal de produits pouvant être produits par chaque technologie t ($t=1, TP$) sur chaque zone de production u ($u=1, ZP$).

Pour une zone de production u ($u=1, ZP$), on détermine, pour chaque type de produit i ($i=1, N$), le nombre maximum de produits qui pourraient être produits sur cette zone de production. Ce nombre maximal est déduit soit à partir des prévisions de ventes, soit à partir des limites de capacités de production.

Pour les prévisions de ventes, ce nombre maximum de produits est égal à la somme du nombre de produits de type i demandés par toutes les zones de commercialisation situées à l'extrémité d'une route de distribution ayant la zone de production u comme origine.

$$Nbm1_{i,u} = \sum_{k=1}^{RD} c_{k,u} \cdot \left(\sum_{v=1}^{ZC} d_{k,v} \cdot pv_{i,v} \right), \forall u = 1, ZP, \forall i = 1, N$$

Pour les capacités de production, il s'agit de déterminer, pour chaque technologie de production, le nombre maximal de produits qui peuvent être produits et de retenir la valeur la plus faible.

$$Nbm2_{i,u} = \min_{t=1, TP / xc_{i,t} > 0} \left\{ \frac{cap_{max_{t,u}}}{xc_{i,t}} \right\},$$

$$\forall u = 1, ZP, \forall i = 1, N$$

Le nombre maximal de produits Nbm_{iu} de type i ($i=1, N$) qui pourront être produits par la zone de production u ($u=1, ZP$) est donc égal au minimum entre ces deux quantités.

$$Nbm_{i,u} = \min\{Nbm1_{i,u}, Nbm2_{i,u}\},$$

$$\forall u = 1, ZP, \forall i = 1, N$$

L'objectif est de déterminer un majorant $Nbmax1_{iu}$ du nombre de produits réalisés sur une zone de production u ($u=1, ZP$) par la technologie de production t ($t=1, TP$). Ce nombre est égal à la somme, pour toutes les types de

produits i ($i=1,N$) utilisant la technologie de production t ($t=1,TP$) et pouvant être produits sur la zone de production u ($u=1,ZP$), des nombres maximaux de produits pouvant être réalisés sur cette zone de production.

$$Nb\ max\ 1_{t,u} = \sum_{i=1,N / xc_{i,t} > 0 \text{ et } \prod_{t'=1,TP / xc_{i,t'} > 0} Nbm_{i,u} ,$$

$$\forall t = 1,TP, \forall u = 1,ZP$$

De plus, ce calcul peut-être affiné en utilisant une spécificité du problème. En effet, une technologie de production notée tp est partagée par tous les types de produits. Aussi, pour cette technologie, un autre majorant peut être calculé en déterminant le type de produits qui permet de réaliser le maximum de produits sur la zone de production u ($u=1,ZP$) et en retenant le nombre maximum de produits correspondant.

$$Nb\ max\ 2_{tp,u} = \max_{i=1,N / \prod_{t'=1,TP / xc_{i,t'} > 0} \frac{cap_max_{tp,u}}{xc_{i,tp}},$$

$$\forall u = 1,ZP$$

Ainsi le nombre maximum de produits qui pourront être réalisés par la technologie t ($t=1,TP$) sur la zone de production u ($u=1,ZP$) peut être déduit.

$$Nb\ max_{t,u} = \begin{cases} \min\{Nb\ max\ 1_{t,u}; Nb\ max\ 2_{tp,u}\} & \text{si } t = tp \\ Nb\ max\ 1_{t,u} & \text{sin on} \end{cases}$$

Une borne inférieure du critère peut être déduite en résolvant le programme linéaire suivant :

$$\begin{aligned} & \text{Min} \\ & \left(pfd_{i,k} + xfd_{i,k} \cdot \left(\sum_{u=1}^{ZP} c_{k,u} \cdot xc_{i,u} \cdot \left(ct_ap_{i,u} + \sum_{t=1}^{TP} e_{i,t} \cdot \frac{ff_{t,u}}{Nb\ max_{t,u}} + \sum_{t=1}^{TP} xc_{i,t} \cdot fv_{t,u} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

s.c.

$$(1), (2), (3) \text{ et } (4)$$

5 PROPOSITION DE METHODES D'OPTIMISATION

Nous allons proposer différentes méthodes d'optimisation à base de recuit simulé pour résoudre ce problème. Comme indiqué dans l'introduction de ce chapitre, il existe un lien entre les quantités produites sur les zones de production et les quantités distribuées sur les routes de distribution.

Notons $P_{i,u}$ $i=1,N$, $u=1,ZP$ les quantités produites avec $P_{i,u}$ la quantité de produits de type i , $i=1,N$ produite par la zone de production u , $u=1,ZP$.

A partir des quantités distribuées, sachant que tout ce qui est produit est distribué, les quantités produites peuvent être déterminées en appliquant la formule (5) :

$$P_{i,u} = \sum_{k=1}^{RD} c_{k,u} \cdot Y_{i,k}, \forall i = 1, N, \forall u = 1, ZP \quad (5)$$

A partir des quantités produites, les quantités distribuées peuvent être déterminées en résolvant un problème de transport pour chaque type de produit i , $i=1,N$. Le problème de transport, pour le type de produit i , peut être décrit de la manière suivante :

Min

$$\left(\sum_{k=1}^{RD} Y_{i,k} \cdot \left(pfd_{i,k} + xfd_{i,k} \cdot \left(\sum_{u=1}^{ZP} c_{k,u} \cdot xc_{i,u} \cdot \left(ct_ap_{i,u} + \sum_{t=1}^{TP} e_{i,t} \cdot \frac{ff_{t,u}}{\sum_{i'=1}^N P_{i',u} + \delta_0 \left(\sum_{i'=1}^N P_{i',u} \right)} + \sum_{t=1}^{TP} xc_{i,t} \cdot fv_{t,u} \right) \right) \right) \right)$$

s.c.

$$\sum_{k=1}^{RD} d_{k,v} \cdot Y_{i,k} = pv_{i,v}, \forall v = 1, ZC \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^{RD} c_{k,u} \cdot Y_{i,k} = P_{i,u}, \forall t = 1, TP, \forall u = 1, ZP \quad (7)$$

$$Y_{i,k} \geq 0, \forall k = 1, RD \quad (8)$$

La contrainte (6) concerne le respect de la demande de chaque zone de commercialisation alors que la contrainte (7) concerne le respect des quantités produites par chaque zone de production.

Aussi, deux approches ont été proposées selon que l'on cherche à déterminer prioritairement les quantités produites ou les quantités distribuées.

Dans un premier temps, nous décrivons les éléments communs aux deux approches considérées à savoir les solutions initiales et les fonctions objectif considérées. Puis, pour chaque approche, nous définissons le codage de la solution, le système de voisinage et l'algorithme de principe de la méthode proposée.

5.1 Les solutions initiales

Nous proposons deux heuristiques pour la détermination d'une solution initiale admissible ou non :

- la première notée HRU est basée sur une répartition uniforme de la demande,
- la seconde notée HBI est basée sur la borne inférieure proposée.

L'heuristique HRU consiste pour chaque type de produit à répartir uniformément les demandes de chaque zone de commercialisation entre les routes de distribution potentielles. Pour une zone de commercialisation donnée, les routes de distribution potentielles sont donc celles qui ont comme destination la zone de commercialisation considérée et qui ont comme origine une zone de

production permettant la production de ce type de produit c'est-à-dire disposant de toutes les technologies requises.

La solution construite n'est pas obligatoirement admissible, elle respecte les contraintes de non-négativité et de satisfaction de la demande (1) et (4) mais peut ne pas respecter les contraintes de capacité minimum et maximum (2) et (3). L'algorithme de principe de cette heuristique est donné sur la figure 1.

Pour $i=1, N$ **faire**
Pour $v=1, ZC$ **faire**
Si $pv_{i,v} > 0$ **alors**
 Soit

$$R = \left\{ \begin{array}{l} k \in RD / d_{k,v} = 1 \text{ et} \\ \sum_{u=1}^{ZP} c_{k,u} \cdot \prod_{t=1, TP / xc_{i,t} > 0} cap_max_{t,u} > 0 \end{array} \right\}$$

Pour $k=1, Card(R)$ **faire**

$$Y_{i,k} = \frac{pv_{i,v}}{card(R)}$$
Fin Pour
Fin Si
Fin Pour
Fin Pour

Figure 1. Algorithme de principe de l'heuristique HRU

L'heuristique HBI correspond au programme linéaire proposé pour la détermination d'une borne inférieure du critère. La solution obtenue est donc une solution admissible.

5.2 La fonction objectif

Comme les solutions initiales proposées peuvent ne pas être admissibles, nous proposons deux fonctions afin de prendre en compte à la fois le critère économique tel qu'il a été défini précédemment et le respect des contraintes de capacité.

Ainsi, à chaque solution Y est associé un couple de valeurs $(f(Y), g(Y))$ où :

- $f(Y)$ désigne le coût de la solution Y (fonction objectif définie dans le modèle mathématique),
- $g(Y)$ est la fonction de violation des contraintes de capacité ($g(Y) = 0$ si les contraintes de capacité sont respectées, $g(Y) > 0$ sinon)

L'obtention d'une solution admissible sera favorisée en appliquant une relation d'ordre total sur l'ensemble des solutions de la manière suivante :

Soient deux solutions Y et Y' et soient $(f(Y), g(Y))$ et $(f(Y'), g(Y'))$ leurs évaluations respectives. On dira que Y est une meilleure solution que Y' si et seulement si :

- soit $g(Y) < g(Y')$,
- soit $g(Y) = g(Y')$ et $f(Y) < f(Y')$.

Ainsi, toute solution admissible sera meilleure que n'importe quelle solution non admissible.

La fonction de violation des contraintes de capacité doit intégrer à la fois les violations des contraintes de capacité minimale et celles des contraintes de capacité maximale. Nous l'avons défini de la façon suivante :

$$g(Y) = \sum_{u=1}^{ZP} \sum_{t=1}^{TP} \max \left\{ \begin{array}{l} 0; \\ \sum_{i=1}^N P_{i,u} \cdot xc_{i,t} - cap_max_{t,u}; \\ cap_min_{t,u} - \sum_{i=1}^N P_{i,u} \cdot xc_{i,t} \end{array} \right\}$$

5.3 Métaheuristique basée sur les quantités distribuées

5.3.1 Codage de la solution

Une solution Y est représentée par la matrice Y_{ik} ($i=1, N, k=1, RD$) où Y_{ik} désigne le nombre de produit de type i transportés sur la route de distribution k .

Le nombre de produits de type i transportés sur la route de distribution k est obligatoirement nul si une des conditions suivantes est vérifiée :

- le nombre de produits de type i ($i=1, N$) demandés par la zone de commercialisation destination de la route de distribution k est nul,
- la zone de production à l'origine de la route de distribution k n'est pas en mesure de fabriquer un produit de type i c'est-à-dire qu'elle ne dispose pas des technologies de production requises.

Par convention, nous poserons alors $Y_{ik} = -1$ afin de distinguer ces cas des cas où bien que le transport soit possible, la quantité transportée est nulle.

Nous avons donc :

$$\forall i \in N, k \in RD$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{v=1}^{ZC} d_{k,v} \cdot pv_{i,v} = 0 \text{ ou} \\ Y_{i,k} = -1 \text{ si } \sum_{u=1}^{ZP} c_{k,u} \cdot \prod_{t=1, TP / xc_{i,t}} cap_max_{t,u} = 0 \\ Y_{i,k} \in R^+ \text{ sinon} \end{array} \right.$$

Système de voisinage et procédure de réparation

Ce système de voisinage consiste à déplacer un nombre de produit d'un type d'une route de distribution vers une autre. Tous les paramètres sont choisis aléatoirement.

Ce système de voisinage, noté VD, est donné sur la figure 2.

Soit Y une solution admissible

Répéter

Choisir uniformément et aléatoirement une famille de produits i

Soit $RI = \{k \in RD / Y_{ik} > 0\}$ (ensemble des routes de distribution sur lesquelles la famille i est transportée)

Choisir uniformément et aléatoirement une route de distribution $kI \in RI$

Soit $R2 = \{k \in RD / k \neq k1 \text{ et } Y_{ik} \neq -1 \text{ et pour } v \in ZC / d_{kl,v}=1 \text{ et } d_{k,v}=1\}$ (ensemble des routes de distribution ayant comme destination la zone de commercialisation destination de $k1$ et pouvant transporter des produits du type i)

Jusqu'à ce que $R2 \neq \emptyset$

Choisir uniformément et aléatoirement une route de distribution $k2 \in R2$

Choisir uniformément et aléatoirement une quantité $q \in]0, Y_{i,k1}[$

$Y_{i,k1} = Y_{i,k1} - q$

$Y_{i,k2} = Y_{i,k2} + q$

Figure 2. Système de voisinage VD

Ce système de voisinage assure le respect des contraintes de satisfaction de la demande. Par contre, les contraintes de capacités minimum et/ou maximum peuvent être violées. Nous avons donc proposé une procédure de réparation. Cette procédure consiste à appliquer plusieurs fois le système de voisinage VD jusqu'à ce que la solution soit admissible. L'algorithme de principe de cette procédure de réparation, notée R, est donné sur la figure 3.

Soit Y une solution non admissible (ne respectant pas au moins une contrainte de capacité minimale ou maximale) ($g(Y) > 0$)

Tant que $g(Y) > 0$

Choisir uniformément et aléatoirement $Y' \in VD(Y)$

Si $g(Y') \leq g(Y)$ **alors**

$Y = Y'$

Fin Si

Fin tant que

Figure 3. Procédure de réparation R

5.3.2 Algorithme de principe

La figure 4 donne l'algorithme de principe de la méta-heuristique que nous avons mise en œuvre. Cette méthode intègre le système de voisinage et la procédure de réparation présentés précédemment.

Soit Y une solution initiale admissible ou non admissible (ne respectant pas au moins une contrainte de capacité minimale ou maximale) ($g(Y) > 0$)

Si Y est non admissible **alors**

Appliquer la procédure de réparation R

Fin Si

Répéter

Choisir uniformément et aléatoirement $Y' \in VD(Y)$

Si Y' est non admissible **alors**

Appliquer la procédure de réparation R

Fin Si

Si $f(Y') \leq f(Y)$ **alors**

$Y = Y'$

Fin Si

Jusqu'à Critère d'arrêt

Figure 4. Algorithme de principe de la méta-heuristique basée sur les quantités distribuées

5.4 Métaheuristique basée sur les quantités produites

5.4.1 Codage de la solution

Une solution P est représentée par la matrice P_{iu} ($i=1, N, u=1, ZP$) où P_{iu} désigne le nombre de produits de type i fabriqués sur la zone de production u .

Le nombre de produits de type i fabriqués sur la zone de production u est obligatoirement nul si une des conditions suivantes est vérifiée :

- la zone de production u n'est pas en mesure de fabriquer un produit de type i c'est-à-dire qu'elle ne dispose pas des technologies de production requises,
- aucune zone de commercialisation accessible depuis la zone de production u n'a de demande en produits de type i .

Par convention, nous poserons alors $P_{iu} = -1$ afin de distinguer ces cas des cas où bien que la production soit possible, la quantité produite est nulle.

Nous avons donc :

$\forall i \in N, u \in ZP$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^{RD} c_{k,u} \sum_{v=1}^{ZC} d_{k,v} \cdot p_{v,i} = 0 \text{ ou} \\ P_{i,u} = -1 \text{ si } \prod_{t=1/xc_{i,t}}^{TP} cap_{-max_{t,u}} = 0 \\ P_{i,u} \in R^+ \text{ sinon} \end{array} \right.$$

5.4.2 Système de voisinage

Ce système de voisinage consiste à déplacer un nombre de produits d'un type d'une zone de production vers une autre. Tous les paramètres sont choisis aléatoirement. Ce système de voisinage, noté VP, est donné sur la figure 5.

Soit Y une solution admissible

Répéter

Choisir uniformément et aléatoirement un type de produit i

Soit $U_1 = \{u \in ZP / P_{i,u} > 0\}$ (ensemble des zones de production fabriquant des produits de type i)

Choisir uniformément et aléatoirement une zone de production $u1 \in U_1$

Soit $U_2 = \{u \in ZP / u \neq u1 \text{ et } P_{i,u} > 0\}$ (ensemble des zones de production pour lesquelles la fabrication de produits de type i est possible)

Jusqu'à ce que $U_2 \neq \emptyset$

Choisir uniformément et aléatoirement une zone de production $u2 \in U_2$

Choisir uniformément et aléatoirement une quantité $q \in]0, P_{i,u1}[$

$P_{i,u1} = P_{i,u1} - q$

$P_{i,u2} = P_{i,u2} + q$

Figure 5. Système de voisinage VP

Ce système de voisinage n'assure ni le respect des contraintes de satisfaction de la demande ni les contraintes de capacité minimale et/ou maximale. Dans un pre-

mier temps, afin de satisfaire les contraintes de capacité nous appelons la procédure de réparation R', qui est identique à la procédure de réparation R à l'exception du système de voisinage VD qui est remplacé par VP.

Après réparation, il est nécessaire de déterminer les quantités transportées sur les routes de distribution. Pour cela, il suffit de résoudre le problème de transport décrit précédemment. Ce problème doit être résolu pour tous les types de produit déplacés lors de l'application du système de voisinage et de la procédure de réparation. Ce problème de transport est résolu soit par un solveur de programme linéaire soit par la méthode de Balas-Hammer. Il peut ne pas avoir de solution car les contraintes de satisfaction de la demande peuvent ne pas être satisfaites. Si le problème n'a pas de solution, $f(Y) = \infty$.

5.4.3 Algorithme de principe

La figure 6 donne l'algorithme de principe de la métaheuristique que nous avons mise en œuvre. Cette méthode intègre le système de voisinage et la procédure de réparation présentés précédemment.

Soit Y une solution initiale admissible ou non admissible (ne respectant pas au moins une contrainte de capacité minimale ou maximale) ($g(Y) > 0$)

Si Y est non admissible **alors**

 Appliquer la procédure de réparation R'

Fin Si

Pour toutes les familles de produits i déplacées lors de la procédure de réparation **faire**

 Résoudre le problème de transport correspondant

Si le problème de transport n'a pas de solution **alors**
 $f(Y) = \infty$

Fin si

Fin pour

Répéter

 Choisir uniformément et aléatoirement $Y' \in VP(Y)$

Si Y' est non admissible **alors**

 Appliquer la procédure de réparation R'

Fin Si

Pour toutes les familles de produits i déplacées lors du système de voisinage et de la procédure de réparation **faire**

 Résoudre le problème de transport correspondant

Si le problème de transport n'a pas de solution **alors**

$f(Y) = \infty$

Fin si

Fin pour

Si $f(Y') \leq f(Y)$ **alors**
 $Y = Y'$

Fin Si

Jusqu'à Critère d'arrêt

Figure 6. Algorithme de principe de la métaheuristique basée sur les quantités distribuées

6 EXPERIMENTATION

Nous avons testé les méthodes proposées sur des instances générées de manière à être proches de la réalité industrielle. Le Tableau 1 donne la taille des classes d'instances. Des réseaux de distribution plus ou moins denses sont testés. La dernière colonne donne la demande totale pour tous les types de produits et toutes les zones de commercialisation. Pour chaque classe d'instances, plusieurs instances ont été générées avec différentes configurations de coûts.

	ZP	ZC	TP	N	RD	$\sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^{ZC} p_{v,i}$
A1	3	5	6	3	∈ [10-12]	532472
A2	3	5	6	3	∈ [12-13]	532472
A3	3	5	6	3	∈ [13-15]	532472
B1	3	10	7	4	∈ [21-24]	663149
B2	3	10	7	4	∈ [24-27]	663149
B3	3	10	7	4	∈ [27-30]	663149
C1	3	10	8	5	∈ [21-24]	663149
C2	3	10	8	5	∈ [24-27]	663149
C3	3	10	8	5	∈ [27-30]	663149

Tableau 1. Taille des classes d'instances

Nous avons mis en œuvre les deux heuristiques et les deux systèmes de voisinage ce qui nous donne 4 combinaisons : HRU/VD (heuristique HRU pour construire la solution initiale et système de voisinage VD), HRU/VP, HBI/VD et HBI/VP. Pour chaque instance, nous avons lancé 10 fois chaque combinaison avec 1000000 d'itérations. Nous avons également mis en œuvre une méthode de programmation linéaire successive (noté SLP). Le Tableau 2 donne l'écart relatif moyen avec la borne inférieure et entre parenthèses l'écart moyen relatif avec la solution obtenue par l'heuristique HBI pour chaque classe d'instances. L'écart type moyen est très proche de 0.

Les résultats obtenus par les métaheuristiques de meilleure qualité que les résultats obtenus par SLP. Pour 4 classes d'instance, la solution obtenue en linéarisant la fonction objectif n'est pas améliorée par SLP alors qu'elle est améliorée pour toutes les classes d'instances par les métaheuristiques. Les quatre de combinaisons semblent obtenir des résultats de même qualité.

Des tests sont en cours sur des instances de plus grande taille. Des tests ont également été réalisés sur une instance de taille réelle avec ZP = 7, ZC = 60, TP = 7, N = 5, RD = 419. Le Tableau 3 présente les résultats pour les 4 combinaisons et le SLP. Les métaheuristiques améliorent la solution obtenue par linéarisation de la fonction objectif. Cette amélioration représente plusieurs millions d'euros sur une année.

	HRU/VD	HRU/VP	HBI/VD	HBI/VP	SLP
A1	10,30% (0,73%)	10,30% (0,73%)	10,30% (0,73%)	10,30% (0,73%)	11,09% (0,00%)
A2	16,75% (0,58%)	16,75% (0,58%)	16,75% (0,58%)	16,75% (0,58%)	17,43% (0,00%)
A3	15,63% (0,26%)	15,63% (0,26%)	15,63% (0,26%)	15,63% (0,26%)	15,80% (0,12%)
B1	14,73% (0,26%)	14,73% (0,26%)	14,72% (0,27%)	14,72% (0,27%)	14,98% (0,04%)
B2	18,12% (0,07%)	18,13% (0,05%)	18,11% (0,07%)	18,11% (0,07%)	18,17% (0,02%)
B3	18,56% (0,09%)	18,56% (0,09%)	18,56% (0,09%)	18,56% (0,09%)	18,67% (0,00%)
C1	16,40% (0,81%)	16,40% (0,81%)	16,40% (0,81%)	16,40% (0,82%)	16,78% (0,49%)
C2	19,44% (0,27%)	19,43% (0,28%)	19,43% (0,28%)	19,43% (0,28%)	19,71% (0,04%)
C3	15,65% (0,16%)	15,65% (0,16%)	15,65% (0,16%)	15,65% (0,16%)	15,84% (0,00%)

Tableau 2 Ecart relatif moyen avec la borne inférieure et avec l'heuristique HBI

HRU/VD	HRU/VP	HBI/VD	HBI/VP	SLP
0,24% (0,04%)	0,24% (0,04%)	0,24 % (0,04%)	0,24% (0,04%)	0,28% (0,00%)

Tableau 3 Ecart relatif moyen avec la borne inférieure et avec l'heuristique HBI pour l'instance réelle

7 CONCLUSION

Dans cet article, nous nous sommes intéressés à un problème de planification stratégique issu de l'industrie automobile. Aux contraintes classiques de la littérature, nous avons également pris en compte des technologies de production qui ont un impact sur les capacités de production et coûts de production. Compte-tenu de la taille des instances industrielles, nous avons proposé d'utiliser des métaheuristiques à base de recuit simulé. Les résultats obtenus semblent prometteurs.

La poursuite du travail va porter sur la prise en compte de la partie approvisionnement de la chaîne logistique avec des capacités minimales et maximales des zones d'approvisionnement puis le cas multipériodes avec la

possibilité d'investir dans les zones de production et dans les zones d'approvisionnement.

8 BIBLIOGRAPHIE

- Arntzen B.C., G.G. Brown and T.P. Harrison, 1995. Global Supply Chain Management at Digital-Equipment Corporation. *Interfaces*, 25(1), p. 69-93
- Bhatnagar R., P. Chandra and S. K. Goyal, 1993. Models for multi-plant coordination. *European Journal of Operational Research*, 67(2), p. 141-160
- Cohen M.A. and S. Moon, 1991. An integrated plant loading model with economies of scale and scope. *European Journal of Operational Research*, 50(3), p. 266-279
- Fleischmann B., 1993. Designing distribution systems with transport economies of scale. *European Journal of Operational Research*, 70(1), p. 31-42
- Hsu C.I. and H.C. Li, 2009. An integrated plant capacity and production planning model for high-tech manufacturing firms with economies of scale. *International Journal of Production Economics*, 118(2), p. 486-500
- Martel, A and U. Vankatadri, 1999. Optimizing Supply Network Structures under Economies of Scale, *Proceedings of International Conference on Industrial Engineering and Production Management*, Glasgow, United Kingdom, p. 56-65.
- Perron S., P. Hansen, S. Le Digabel and N. Mladenović, 2009. Exact and heuristic solutions of the global supply chain problem with transfer pricing. *European Journal of Operational Research*, à paraître
- Vidal C.J. and M. Goetschalckx, 2001. A global supply chain model with transfer pricing and transportation cost allocation. *European Journal of Operational Research*, 129(1), p. 134-158